

Aufgabe 8.1 Berechnen Sie die Integrale

a) $\int_0^2 (x - \sqrt{x}) \, dx,$

j) $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} \, dx,$

b) $\int_{\frac{1}{2}}^2 \left(x + \frac{1}{x}\right) \, dx,$

k) $\int_{-1}^0 \frac{1}{3x-1} \, dx,$

c) $\int_{-2}^2 (3x^2 - 2x^3) \, dx,$

l) $\int_1^2 \frac{2}{x\sqrt{x}} \, dx,$

d) $\int_{-\pi}^0 (x + \sin x) \, dx,$

m) $\int (4x^3 - 2x^2 + x + 1) \, dx,$

e) $\int_0^2 2^x \, dx,$

n) $\int (3 - 2x^3) \, dx,$

f) $\int_1^2 e^{x-1} \, dx,$

o) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}\right) \, dx,$

g) $\int_0^2 \frac{1}{x+2} \, dx,$

p) $\int \sin 3x \, dx,$

h) $\int_{\frac{\pi}{3}}^0 \frac{1}{\cos^2 x} \, dx,$

q) $\int \sin^2 x \, dx,$

i) $\int_1^2 \frac{3}{x^2} \, dx,$

r) $\int \cos^2 \frac{x}{2} \, dx.$

Aufgabe 8.2 Berechnen Sie mit Substitutionsregel

a) $\int_0^1 (1+x)^9 \, dx,$

h) $\int_0^{\sqrt[3]{\pi}} x^2 \cos x^3 \, dx,$

b) $\int_{-1}^1 (2+3x)^5 \, dx,$

i) $\int_0^{\pi} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx,$

c) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx,$

j) $\int_0^{-\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin(\sin x) \, dx,$

d) $\int_{-1}^1 e^{2x+1} \, dx,$

k) $\int_0^3 x\sqrt{x+1} \, dx, \quad (u = \sqrt{x+1}),$

e) $\int_0^1 xe^{x^2} \, dx,$

l) $\int_1^4 \frac{1}{x+2\sqrt{x}} \, dx \quad (u = \sqrt{x}),$

f) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} \, dx,$

m) $\int_0^1 (x+1)(2x+x^2)^3 \, dx \quad (u = x+1),$

g) $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{3} \, dx,$

n) $\int_{-1}^0 \frac{x}{1+x^2} \, dx.$

Aufgabe 8.3 Berechnen Sie mit partieller Integration

a) $\int_{-\pi}^0 x \cos x \, dx \quad (f = x; \quad dg = \cos x \, dx),$

b) $\int_1^e x \ln x \, dx \quad (f = \ln x; \quad dg = x \, dx),$

c) $\int_0^1 x e^{3x} \, dx \quad (f = x; \quad dg = e^{3x} \, dx),$

d) $\int_1^e \ln x \, dx \quad (f = \ln x; \quad dg = dx).$

Aufgabe 8.4 Berechnen Sie (irgendwie)

a) $\int_0^1 x \sqrt{4 - x^2} \, dx,$

d) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \arccos x \, dx,$

b) $\int_1^e \ln 2x \, dx,$

e) $\int_0^1 \arctan x \, dx,$

c) $\int_1^e \sqrt{x} \ln x \, dx,$

f) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x) \cdot e^{-\sin 2x} \, dx.$

Aufgabe 8.5 Berechnen Sie die Fläche zwischen

a) $y = x^2$ und $y = 1 - x^2,$

b) $y = \sqrt{x}$ und $y = x^3,$

c) $y = e^x, x = 0$ und $y = e.$